

## ホロプタ現象における視空間幾何学の機序に関する一考察

前田 太郎<sup>†</sup> 館 暲<sup>†</sup>

## Consideration on the Mechanism of the Metric of Binocular Visual Space

Taro MAEDA<sup>†</sup> and Susumu TACHI<sup>†</sup>

あらまし 従来 Helmholtz のホロプタは両眼視による現象的前額平行面として Luneburg の提案した幾何学モデルによって説明されてきた。しかし、なぜこのモデルがホロプタ現象を記述できるのか、また、このモデルによって決定される個人定数の違いは何に起因するのかについてはこれまで検討されることがなかった。こうした観点から本論ではホロプタ生成の機序を明確にする考え方としてスカラ加算モデルによる学習説を提案した。また、Luneburg のモデルにおける個人定数が、スカラ加算モデルとの対応から、各個人が現象的前額平行面を後天的に学習するにあたって用いた学習点の分布の違いを反映したものであることを明らかにした。

キーワード Helmholtz のホロプタ, 両眼視, 空間知覚, 数理モデル, スカラ加算モデル

## 1. まえがき

ホロプタは両眼視による奥行き知覚を含んだ空間知覚における現象として古くから知られている心理物理的な現象である。ホロプタの定義にはいくつかあるが、本論文で取り上げるのは Helmholtz のホロプタと呼ばれる現象的前額平行面としてのホロプタであり、その物理的平面からのずれには万人に共通な傾向が現れる。

Helmholtz のホロプタについては心理物理的現象として多くの測定実験がなされているが、それらの実験結果を統一的な理論のもとに整理したことで、最もよく知られている研究は Luneburg によるものである。彼は、この視空間内におけるひずみの傾向を Lobachevskii の双曲的幾何学を用いて説明した [1]。これによって各被験者の実験結果を二つの個人定数で整理できるようになった。Luneburg の提案した幾何学的理論は、確かに実験結果とよい近似を見せるが、そのモデルは知覚の結果としての心理物理現象を少数のパラメータで記述するための幾何学モデルであり、知覚系の情報処理機能の観点から現象の機序について解明しようとしたものではない。Luneburg のモデルの妥当性についての議論はいくつもなされてきたが [2]、なぜこのモデルがホロプタ現象を記述できるのか、ま

た、このモデルによって決定される個人定数の違いは何に起因するのかについてはこれまで考察されることがなかった。

我々はこの点に着目して研究を進めた結果、ホロプタ生成の機序を明確にする考え方としてスカラ加算モデルによる学習説を提案する。このモデルはいくつかの仮定のもとに必然的に導かれる構造の神経回路網型の数理モデルであり、ホロプタ現象を人間の知覚系における視覚体験による学習の結果として説明することのできるモデルである。また、これをもとに Luneburg のモデルにおける個人定数の物理的な意味について考察する。

## 2. スカラ加算モデル

ホロプタや触空間のひずみの現象は主観的直線および平行という後天的に獲得したと考えられる直交座標系上の知覚概念に基づくものであり、その感覚量は各感覚器からの生得的な信号に基づいて後天的な学習によって生成されるようになったものと考えられる。

この知覚の形成の過程は生体においてはおおむね図 1 のような信号の流れによるものと考えられる。すなわち、物理的な位置の情報  $T$  は感覚器によってとらえられ、生体内での感覚情報  $S$  となる。このときの写像関係を  $X$  としよう。この場合、感覚情報  $S$  は、生理的手掛りと呼ばれ、実際には眼球の向きであったり、上肢の関節角であったりする。従って写像関係  $X$  は

<sup>†</sup> 東京大学大学院工学系研究科, 東京都  
Faculty of Engineering, The University of Tokyo, Tokyo, 113  
Japan

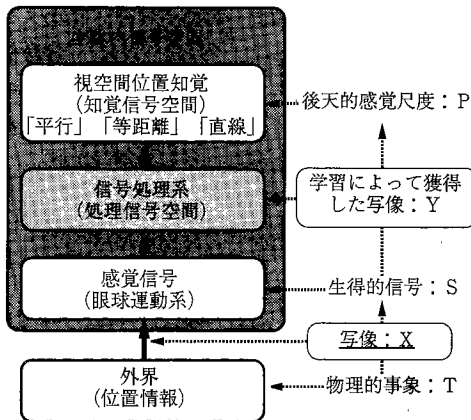


図1 生体内における位置感覚情報の流れ  
Fig. 1 Signal flow for the human space perception.

生体の構造によって決定され、個体の成長などと共にパラメータの変動はあっても概して先天的に決定される関係である。

一方で、「複数の注視点が同一直線上にあるか」、若しくは「正中面から等距離にあるか」といった知覚上の判断を下すためには、人間は感覚情報  $S$  をもとに信号処理によってこうした評価を可能にする感覚尺度  $P$  に変換する機構を生体内にもたなければならない。

こうした判断に要求される直線や平行、等距離といった直交座標系の概念は後天的に獲得されるものであり、物理的な位置の情報  $T$  によって定義されるものである。従って、尺度  $P$  は情報  $T$  に準ずるものであることが必要であり、生体は感覚情報  $S$  から感覚尺度  $P$  を得るための写像  $Y \cong X^{-1}$  を後天的に獲得しなければならない。よってこの写像  $Y$  は後天的な学習によって形成されるものと考えられる。こうした学習機能に関しては、生体が生得的な個体差や個体の成長に伴う生体の各種パラメータの変化に適応するために何らかの学習の機構をもつ必要があり、反転眼鏡等による適応実験に代表される残効現象などによってその存在と適応的な可塑性については保証されている。

本来、こうした物理空間と知覚空間の対応付けを行う空間知覚過程は数学的に見れば十分に計算可能な学習課題であり、その信号処理系が二つの空間の間の座標変換を数学的に完全に学習できるならば、二つの空間は完全な整合性をもって対応づけられることになる。

しかるに、実際の人間の空間知覚過程は、その対応付けを反転眼鏡等の特殊な条件下でさえ適応的に学習することができるにもかかわらず、物理空間との間に

定常的なずれを残し、しかもその傾向は万人に共通である。このことから、この食い違いの原因は後天的な要素ではなく、生体の信号処理系の学習メカニズムにおける先天的な生理学的制約からくるものであるという仮説が成立する。

この仮説に基づいて、制約を与えられた神経回路網モデルは任意の非線形対応関数を数学的に完全な形で学習可能なものではなく、制約によって数学的に見て不完全になった学習系をもつことになる。その空間知覚モデルが十分な学習の後に示す特性が、ヒトの空間知覚過程の示す傾向と一致する場合、神経回路網モデルによる構成的研究の観点から、その制約はヒトの学習過程における生理的制約のモデルとみなすことができる。そこで次でこうした学習機構上の構造的な制約を神経回路モデルにおいて設定することを試みる。

一般的な神経回路網モデルは、McCulloch&Pittsの神経細胞モデルに端を発する、入力神経の活動度の荷重加算和を非線形変換したものを出力とする神経細胞のモデルが相互に結合して回路網を構成したものである。神経回路網モデルにおいて出力信号の誤差をフィードバックする学習法としてはパーセプトロン、直交学習法、共分散学習法、バックプロパゲーション法などが挙げられるが、一般に、これらはいずれも、その回路の出力信号と理想的な出力信号との誤差の2乗和の期待値を最小にするように学習を進めるものである。これらの学習法の中で最も一般的に用いられるのがバックプロパゲーション法である。この学習法を用いた場合、3層以上の多層パーセプトロン構造において、中間層に十分な細胞数があれば、入出力層間に任意の非線形関数を学習することができることが数学的に証明されており、数学的な意味においては最も完全な神経回路モデルの学習法の一つと言える。

一方、このことから、前述したような空間位置知覚の獲得過程のモデルとしては、学習すべき課題の複雑さの上限が任意の二つの3次元空間の連続な対応関係を学習するという課題で規定されるため、適切な結合荷重さえ得られるならば3層のパーセプトロン構造のモデル(図2)はその十分条件を満たすことになり、これよりも複雑な構造のモデルを用いた議論は不要であることを示している。よってこのモデルを空間知覚を獲得する学習モデルのプロトタイプと考えて議論を進めることにする。

しかしながらこのモデルの場合、中間層の神経細胞の入力結合荷重を自動的に決定するためには、一般に

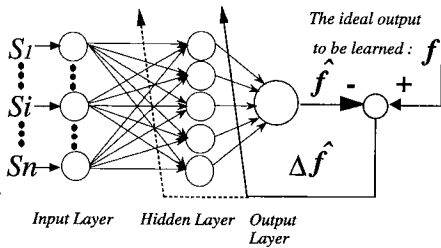


図2 3層パーセプトロン構造モデル  
Fig.2 3-layer perceptron model.

はバックプロパゲーション法に代表されるように、必要な教師信号を得るために出力層において得られた誤差を多層にわたって逆伝搬させなければならない、この過程で各結合荷重の値を利用した計算を行う必要がある。このような結合荷重の値の利用は計算モデルとしてこそ容易であるが、生体のモデルとして見た場合、結合荷重の値をこのような形で利用できるとは考えられず、また、それを実現するような神経回路の存在を支持するような証拠はいまだ見つかってはおらず、その存在は疑わしいというのが生理学的な定説となっている。

本論文における神経回路網モデルの利用目的は、数学的に完全な学習をするためではなく、むしろ学習を行う情報処理過程に生理学的に見て自然な制約を設け、これによって生じる数学的な不完全性を手掛りに、生体の情報処理の特徴を解析する点にある。よって本論文の場合、バックプロパゲーション法のような学習法は生体のモデルとして採用するには不適切であると言え、生理学的に自然な形で中間層細胞の活動パターンを決定する必要がある。本論文では付録において電気生理学的知見をもとに実際のパターンを決定している。

次にこの制約のもとでの感覚量の学習について考える。まず、一般にこうした（強弱や大小といった）単一の尺度をもつ感覚量の生成機構は情報論的観点からは等価的にその感覚量の尺度に対応する単一のスカラ量を出力することになる。よって、感覚の学習機構はこのスカラ量が特定の外界の物理量に対して一貫性をもって対応する感覚量になるように学習を行うことになる。この際の情報論的等価モデルの実装としては単一のスカラ出力細胞をもったモデルを仮定することができる。なぜならば、どのようなベクトルとして情報がコーディングされていようと、最終的にスカラ情報として操作できるためには単一の次元の上になければ

ならず、それはすなわち同一の基底ベクトルのスカラ倍でしかないためである。これは出力として定数倍の差はあっても、単一のスカラ量を出力する同様のモデルの出力層が複数並んでいるだけにすぎないことを意味する。「表現されるべき変数がスカラ量として、つまり一つの自由度しかもたない系として表現できるということ」とはそのような意味をもった制約であると解釈できる。

これらの前提のもとに先述の学習過程上の制約として我々が想定した制約は「単一のスカラ出力から得られた誤差情報はそのスカラ信号を出力した神経細胞の入力荷重のみを変化させ他に伝搬することはない」というものである（図3）。

すなわち、これは神経回路の学習機構として出力誤差として得られたスカラ量を教師信号とし、それによって結合荷重を変化させる結合層を1層だけでもつ構造を想定したことになる。このような構造は脳内において生理学的にも発見されており、信号処理上の制約としては最も基本的で自然な制約であると考えられる。生理学的な知見と最も矛盾が少ないとみられている Hebb 学習や共分散学習などもこの制約の範ちゅうに入る。教師付き学習に対してこうした制約を与えた学習規則を「スカラ学習則」と名づける。

次にこのスカラ学習則に基いてスカラ量の学習を行うモデルとしてスカラ加算モデル (Independent Scalar Learning Element Summation Model, ISLES Model) を提案する。その構造を図4に示す。

スカラ加算モデルは、以下の三つの条件のもとでその構造が一意に導かれる。

- (1) スカラ量を学習する系であること。
- (2) スカラ学習則に従うこと。
- (3) 学習に関与しない結合系による入力信号間の相互作用を仮定しないこと。

ここで新たに加えられた条件(3)はランダム結合等の「学習に関与しない結合」による信号間の情報処理を排除するものである。これによって、「バックプロパゲーション法などによって得られるのと等価な中間層細胞があらかじめ存在する」といった偶発的な学習能力の向上を排除し、スカラ学習則による信号処理上の制約を保証することができる。

これまでの議論より、条件(1)によってその構造はまず図2の構造のサブセットとして規定される。次に条件(2)によって学習に関与する結合系は出力層に結合する1層だけに限定される。この結果、入力層

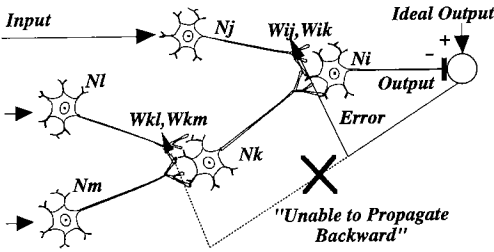


図3 学習過程における生理的制約の仮定  
Fig.3 A hypothesis of physiological constraint in learning process.

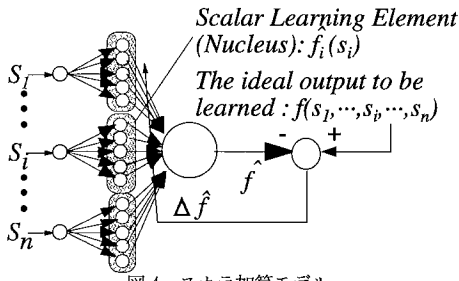


図4 スカラ加算モデル  
Fig.4 Independent Scalar Learning Element Summation model (ISLES Model).

から中間層に至る結合系は学習に関与しないことになる。そのため本モデルでは付録に記したように電気生理学的知見から入力信号に対する中間層細胞の活動パターンを決定している。

更に学習に関与する結合系が出力層に結合する1層だけに限定されたことによって、条件(3)は「このモデルの中間層細胞は複数の入力細胞からの信号を受けない」ことを規定する。この結果、図4のように複数の信号間の加算的相互作用が出力層に結合する1層だけに限定されたスカラ加算モデルの構造が一意に導かれることになる。これは図2の3層のパラセプトロン構造のモデルにおいて、入力層と中間層の間の結合の一部を制約した構造である。

すなわち、この構造によってモデルに与えられた信号処理上の制約とは、 $n$ 個の相互に独立なスカラ信号  $s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_n$  を統合処理して特定の別なスカラ信号  $f(s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_n)$  を得る必要があるとき、これを学習によって獲得する際に用いることのできる信号処理の構造は、各単一のスカラ信号によって決定されるスカラ関数の線形和の形に限定されるというものである。

$$\hat{f}(s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_n) = \sum_{i=1}^n \hat{f}_i(s_i) + C \quad (1)$$

ここで、 $\hat{f}_i$  は学習によって獲得される  $s_i$  の非線形連続スカラ関数であり、入力の各スカラ信号ごとに独立である。本論文で用いた  $\hat{f}_i$  の構成の具体例については付録に示した。この場合スカラ学習則によって問題となる中間層細胞群の活動パターンについては対応する注視細胞の存在が電気生理学的に確認されており[3]、この中間層細胞群によって  $\hat{f}_i$  は神経回路網モデルとしてスカラ学習則の制約内で  $s_i$  の任意の非線形連続スカラ関数を学習することができる[4]。

また、式(1)における定数項  $C$  は入力に左右されない定数成分である。本論のような神経回路網モデルにおいてはこうした定数成分については付加的な定数入力の設定によって必ず学習可能であるため、以下の議論では常にこの定数成分の不定性を許容する形で議論を進める。

式(1)において  $\hat{f}_i$  を学習するための誤差情報  $\Delta \hat{f}_i$  は、スカラ学習則より、 $f - \hat{f}$  に等しい。

$$\Delta \hat{f}_i = \Delta \hat{f} \equiv f - \hat{f} \quad (2)$$

スカラ加算モデルにおいてこの誤差情報  $\Delta \hat{f}$  を用いて確率的降下法に準じた学習を行った場合、出力誤差の2乗の期待値が最小になるように学習が進み、その結果、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} E[\Delta \hat{f}^2] &= C_{\min} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} E[\hat{f} - f] &= C_{\min}' \\ \lim_{t \rightarrow \infty} E\left[\sum_{j=1}^n \hat{f}_j - f + C\right] &= C_{\min}' \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n E[\hat{f}_j] &= E[f] + C' \end{aligned} \quad (3)$$

このとき、学習領域全体を  $S$ 、 $s_i = x$  となる部分領域を  $S_i$  とすると、この部分領域  $S_i$  においては入力信号間の独立性によって式(3)における  $\hat{f}_i(x)$  以外のスカラ関数の期待値を定数化することができ、このことからスカラ関数  $\hat{f}_i(x)$  の出力値は、以下のように規範関数  $f$  の期待値 + 定数に収束することがわかる。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n E_{S_i}[\hat{f}_j] = E_{S_i}[f] + C'$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{f}_i(x) + \sum_{j=1}^n C_j = E_{S_i}[f] + C'$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{f}_i(x) = E_{S_i}[f] + C'' \quad (4)$$

このモデルがスカラ学習則に即したモデルとして信号処理に対して与えている制約の本質は入力信号間のインタラクションの制限である。

一般に入力信号が複数の場合、これらの信号のもつ情報を統合した出力を得るためには信号間のインタラクションによる信号処理が必要となる。入力信号間のインタラクションが線形加算的なものに限定されるのは McCulloch&Pitts のモデル以来の神経回路モデルの原則であるが、このスカラ加算モデルにおいては、その加算的インタラクションが規範関数  $f$  のスカラ信号空間上で 1 回だけに限定されることになる。

この制限によってこのモデルは、数学的に見れば任意の写像を完全に学習することはできなくなっており、学習後も入出力信号間の関係に特有の傾向をもった誤差を残すことになる。実際にこの誤差の傾向は心理物理的計測による人間の現象的な誤差の傾向をよく説明し、視覚的なホロプタやアレー [4] のみならず、視覚性到達運動 [5] や固有受容感覚性の注視運動 [6] における空間位置に関する現象的なずれの傾向とも一致する。これらの研究結果からこのモデルは人間の情報処理の機序をよく反映しているものと考えられる。

また、同モデルの他の特徴として学習結果の導出の容易さが挙げられる。スカラ加算モデルにおいては各スカラ関数  $\hat{f}_i(x)$  を学習するために、一般には付録に示したような任意の 1 入力 1 出力の非線形連続スカラ関数を学習することのできる神経回路網モデルが必要であるが、式 (4) より、規範関数と学習領域が解析的に与えられている場合、スカラ加算モデルにおいては、神経回路網モデルによる学習を直接行わずに、収束結果を期待値計算によって求めることができる。学習領域  $S$  内における学習点の密度分布関数を  $\rho(s)$  とすると、式 (4) における  $s_i = x$  となる部分領域  $S_i$  での期待値計算は領域積分を利用して次式のように記述することができる。

$$E_{S_i}[f(s)] = \frac{\int_{S_i} \rho(s) f(s) ds}{\int_{S_i} \rho(s) ds}$$

$$\equiv E_x[f] \quad (5)$$

以下、本論文ではこのような部分領域に関する期待値計算を上記のように  $E_x$  と記述する。この方法によ

れば、実際の神経回路網モデルの逐次型の学習に際して起きる収束までの学習回数や、学習結果の振動、アニーリング、ローカルミニマムの問題といったパラメータの調整や検討が必要になる議論を回避することができる。本論文におけるシミュレーションの課題においては、すべての規範関数と学習領域が解析的に設定されているために、スカラ加算モデルの学習シミュレーションにおいてはこの計算法を利用することが可能である。実際に逐次型学習を行った場合の収束性の問題は参考文献 [4] において既に論じていること、本来これらの計算法上の議論は本論文においては本質的な課題ではないことから、以下の議論においてはこの計算法を採用したシミュレーション実験を行っており、神経回路網モデルの逐次的な学習過程は利用していない。

### 3. ホロプタを生じる空間知覚モデル

我々はこれまでにスカラ加算モデルを用いて、人間の視覚空間知覚においてホロプタが生じる要因を構成的に検討してきた。ホロプタの測定実験条件下における実際の感覚信号は図 5 のように視標  $P$  を注視した際の両眼球の向きの情報であり、これはふくそう角  $\gamma$  および視線方向角  $\phi$  によって表される。物理的直交座標系  $x, y$  と、ふくそう角  $\gamma$  および視線方向角  $\phi$  との関係は眼球間の距離を  $2W$  とした場合に次式で表される。

$$x = \frac{W}{\sin \gamma} (\cos \gamma + \cos 2\phi) \equiv X(\gamma, \phi)$$

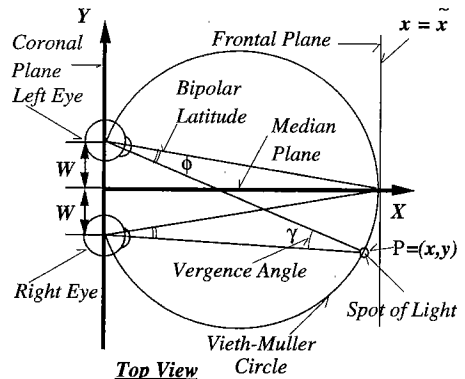


図 5 ふくそう角と視線方向角  
Fig. 5 Definition of the vergence angle and the bipolar latitude.

$$y = \frac{W}{\sin \gamma} \sin 2\phi \equiv Y(\gamma, \phi) \tag{6}$$

ここでホロプタを知覚する人間の視空間知覚信号処理系をスカラ加算モデルを用いて記述する。このときの規範関数を  $H(\gamma, \phi)$ 、これを学習するスカラ加算モデルの出力を  $\hat{H}(\gamma, \phi)$  としよう。主観的平面の知覚はその平面上の点が同一の平面上にあると感じられること、すなわち、その面上の点から生じる特定の知覚量  $\hat{H}$  が各点において同一であることによって、それらが同一の平面上の点であることが知覚される。すなわち平面の知覚においては、感覚量  $\hat{H}$  が各平面を代表する不変量となるものと考えられる。このとき規範モデルとなる関数  $H(\gamma, \phi)$  は  $X(\gamma, \phi)$  と1対1対応のとれる単調な関数であればよいことになる。 $\hat{H}(\gamma, \phi)$  は入力信号として2変数をもつので式(1)より加算されるスカラ関数としても二つの関数が想定され、式(4)によってそれらは以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \hat{H}(\gamma, \phi) &= E_\gamma[H(\gamma, \phi)] + E_\phi[H(\gamma, \phi)] + C \\ &\equiv \hat{H}_T(\gamma) + \hat{H}_C(\phi) + C \end{aligned} \tag{7}$$

我々の先の研究[4]においてはこのスカラ加算モデルにおいて神経回路網モデルとしての逐次学習を行わせてホロプタ実験の数値シミュレーションを行った。その結果、規範関数  $H(\gamma, \phi)$  として実際のホロプタ計測においてホロプタ面の基準点として用いられる正中面上の不動点を注視した際のふくそう角  $\gamma_0$  をそのままを代表する不変量として用いたモデルが図6のように Helmholtz のホロプタと同様の特徴を示した。

ここで規範関数として用いられた  $\gamma_0$  は図7に示す関係から以下のように記述される。

$$\gamma_0 = 2 \arctan(W/x_0)$$

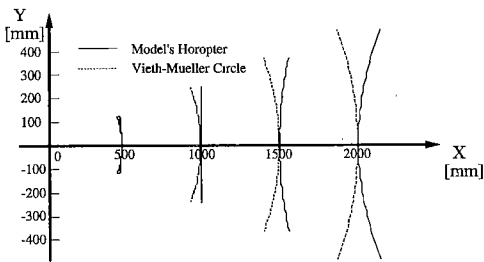


図6 スカラ加算モデルによるホロプタ  
Fig.6 Helmholtz's horopter by ISLES model.

$$\begin{aligned} &= 2 \arctan(\sin \gamma / (\cos \gamma + \cos 2\phi)) \\ &\equiv H(\gamma, \phi) \end{aligned} \tag{8}$$

従って、このとき式(4)、(5)、(7)より、学習による収束結果として得られるスカラ関数  $\hat{H}_T(\gamma)$ 、 $\hat{H}_C(\phi)$  は次のように記述される。

$$\begin{aligned} \hat{H}_T(\gamma) &\equiv E_\gamma[H(\gamma, \phi)] + C \\ &= \frac{\int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \rho(\gamma, \phi) \gamma_0 d\phi}{\int_{\phi_{\min}}^{\phi_{\max}} \rho(\gamma, \phi) d\phi} + C \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_C(\phi) &\equiv E_\phi[H(\gamma, \phi)] + C \\ &= \frac{\int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \rho(\gamma, \phi) \gamma_0 d\gamma}{\int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \rho(\gamma, \phi) d\gamma} + C \end{aligned} \tag{10}$$

ここで  $\rho(\gamma, \phi)$  はこれらの学習が行われる際の注視点の分布を表す関数である。眼間距離  $W$  以外にホロプタ形状の個人差を説明する要因として、スカラ加算モデルにおいてはこの分布関数の違いによる個人間の視覚体験の差を用いる。すなわち、本モデルにおいてはこの分布関数は各個人の経てきた視覚体験を反映したものとと言える。

次章においてはこれらの分布についていくつかの仮説を立てて検討することになるが、実際の数値演算による計算結果としては、関数  $\hat{H}_T(\gamma)$  に関しては、 $\rho(\gamma, \phi)$  について変動を与えてもその収束結果にほとんど変化はなく、図8のように、 $\hat{H}_T(\gamma) \cong C_\gamma \gamma$  ( $C_\gamma \cong 1.27$ ) なる関係が成立する。この関係は次章で  $\hat{H}_C(\phi)$  について  $\gamma$  若しくは  $x$  に対しての学習点の分布を論ずると同様に  $\phi$  若しくは  $y$  に対して一様な分布となるように学習点の分布  $\rho(\gamma, \phi)$  を変化させた場合にも定

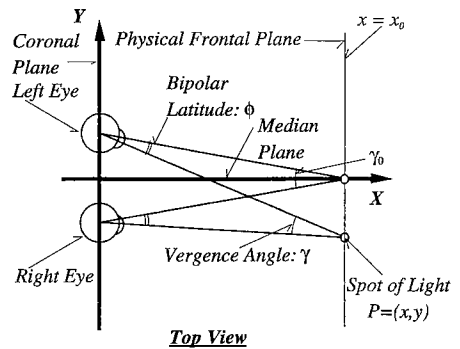


図7 正中面上の不動点を注視した際のふくそう角  $\gamma_0$  の定義  
Fig.7 Definition of  $\gamma_0$ .

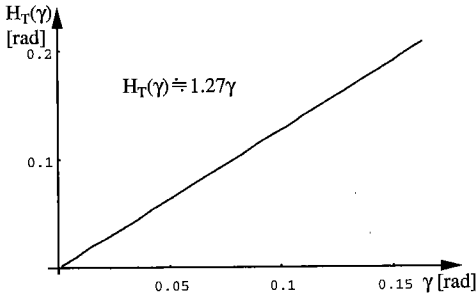


図8  $\hat{H}_T(\gamma)$  の計算例  
Fig.8 Example of  $\hat{H}_T(\gamma)$ .

数  $C_\gamma$  には 1%未満の変動しかもたらさない。

従って、このモデルは全体を  $1/C_\gamma$  することで  $\hat{H}_T(\gamma) = \gamma$  とみなすことができ、平面知覚のための不変量  $\hat{H}$  を  $\phi$  の関数で加算補正することで  $\gamma$  から直接的に作り出しているモデルと等価であると考えることができる。これは平面を規定する不変量の設定としては最もシンプルな構造であると言える。この場合、現象的なホロプタ形状の個人差は  $\hat{H}_C(\phi)$  の差とみなすことができ、この差は個人差を決定する分布関数  $\rho(\gamma, \phi)$  によってのみ記述されることになる。そこで次章では本モデルと Luneburg のモデルをこの個人差の記述について比較する。

#### 4. スカラ加算モデルと Luneburg モデルの対応

前章の帰結により、実験によって得られる現象的な前額平行面であるホロプタは、スカラ加算モデルにおいては、人間の脳内の信号処理系が、この平面を表す不変量化した感覚量として、次式のようにふくそう角を視線方向角の関数によって加算補正した和を用いていることの現れとみなすことができる。

$$\hat{H}(\gamma, \phi) = \gamma + \hat{H}_C(\phi) \tag{11}$$

なお、ここではモデル間の式の比較の対称性のために不定定数項  $C$  を関数  $H_C$  に繰り込んだ形で記述してある。このときホロプタは  $\hat{H}(\gamma, \phi)$  の値がこれを代表する定数  $\hat{\gamma}_c$  をとるとき、次式が示す軌跡としてその形を描く。

$$\gamma + \hat{H}_C(\phi) = \hat{\gamma}_c \tag{12}$$

一方、Luneburg の理論ではホロプタは Lobatchevskii の双曲的幾何学を用いて次式で表される。

$$\frac{K}{4}(\xi^2 + \eta^2) - 1 = C\xi$$

$$\begin{aligned} \xi &= 2e^{-\delta\gamma} \cos \phi \\ \eta &= 2e^{-\delta\gamma} \sin \phi \end{aligned} \tag{13}$$

ここで  $C$  は同式においてホロプタを代表する定数である。 $K$  は空間の曲率、 $\delta$  は距離定数であり、同モデルではこれらの空間定数を個人差を表す定数として現象を記述している。ホロプタの形状は、近傍で被験者に対して凹に、遠方で凸に湾曲するが、通常の観測例では 1~2m 程度の奥行きで物理的平面と一致する。主として距離定数  $\delta$  はこの奥行きを反映し、曲率  $K$  は全体の曲率を反映する。一般に定数  $K$  は負の値をとるので各定数を次のようにおくと、

$$2e^{-\delta\gamma_0} = \frac{2}{\sqrt{-K}}, \quad e^{\delta\gamma_0} = -2C \tag{14}$$

式 (13) は各変数による関係を加算的になるように次のように変形することができる。

$$\begin{aligned} Ke^{-2\delta\gamma} - 1 &= 2Ce^{-\delta\gamma} \cos \phi \\ \log(2 \cosh(\delta(\gamma - \gamma_0))) - \log(\cos \phi) &= \delta(\gamma_0 - \gamma) \end{aligned} \tag{15}$$

左辺第 1 項は結果的に  $\delta(\gamma - \gamma_0)$  に非常に近い値を示し、次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \delta(\gamma - \gamma_0) - \log(\cos \phi) &\cong \delta(\gamma_0 - \gamma) \\ \gamma - \frac{1}{\delta} \log(\cos \phi) &\cong \gamma_0 \end{aligned} \tag{16}$$

すなわち、この式もまた、ふくそう角  $\gamma$  を視線方向角  $\phi$  の関数によって加算補正した和を不変にする軌跡がホロプタを描くことを示していると解釈できる。このことは、本論文の観点から見れば、視空間の注視可能な領域において、この第 1 項が  $\gamma$  に非常に近かったことが、結果的に Luneburg のモデルが実験結果とよい近似を見せることにつながったものと考えられる。また、近似の過程で定数  $K$  が極性を除いて negligible な要素となったことも、Luneburg のモデルにおいて定数  $K$  がホロプタの形状に大きく関与しないと言われてきたことに対応しており、この  $\gamma$  を加算補正によって不変量化するというホロプタの生成メカニズムを支持する要素であると考えられる。更に、この対応から式 (16) と式 (12) の補正項 (左辺第 2 項) の値域の幅について検討することで、Luneburg のモデルにおける距離定数  $\delta$  を、スカラ加算モデルにおいては主に学習領域の遠方および近傍の限界距離を反映したパラメータとして解釈することができる。

場合、スカラ加算モデルにおいては式 (12) 左辺第 2 項は式 (10) より定数  $C_\gamma$  によって次式のように再定義される。

$$\hat{H}_C(\phi) = \frac{\int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \rho(\gamma, \phi) \gamma_0(\gamma, \phi) d\gamma}{C_\gamma \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \rho(\gamma, \phi) d\gamma} + C' \quad (17)$$

本論文では期待値を計算すべきモデルの学習領域として、自然な両眼注視が可能な領域でふくそうによる奥行き弁別が有効な領域を用いる。人間の被験者による一般的なデータから、モデルの眼間距離  $2W$  を  $66 \text{ mm}$ 、視線方向角  $\phi$  については、両眼注視可能な領域として  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  を、また、ふくそうによる弁別可能域として正中面上で奥行き距離  $200 \text{ mm}$  以上  $20 \text{ m}$  以内を学習域として設定する。このとき、式 (8) より  $\phi, \gamma$  の定義域は次のようになる。

$$\begin{aligned} -0.25\pi &\leq \phi \leq 0.25\pi, \\ 0.00105\pi &\leq \gamma \leq 0.104\pi \end{aligned} \quad (18)$$

この定義域において式 (17) より関数  $\hat{H}_C$  を求めるに際して、学習領域内において実際に学習を行う注視点の分布に関して 2 通りの仮説が検討された。すなわち、

(1) 注視点がふくそう角、視線方向角による座標系上において一様な分布を示す場合。

(2) 注視点が直交座標系上において一様な分布を示す場合。

これらの条件下で考える場合、 $\gamma$  と  $\phi$  の独立性から、分布関数を  $\rho(\gamma, \phi) = \rho'(\gamma)\rho''(\phi)$  の形式に限定する。この場合、式 (17) の計算結果は  $\rho''(\phi)$  の成分について不変となり  $\rho'(\gamma)$  の成分についてのみ考察すればよいことになる。

仮説 (1) の場合、一様な分布密度を  $\alpha$  とすると、式 (17) において  $\rho(\gamma, \phi) = \alpha\rho''(\phi)$  となる。従って期待値は次式のように求めることができる。

$$\hat{H}_C(\phi) = \frac{1}{C_\gamma(\gamma_{\max} - \gamma_{\min})} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \gamma_0 d\gamma + C' \quad (19)$$

この式から  $\hat{H}_C(\phi)$  の値域の幅を求めることができる。式 (8) と  $\phi$  の定義域より、 $\hat{H}_C(\phi)$  は  $\phi = \phi_{\max}$  or  $\phi_{\min}$  のとき  $\gamma_0 = 2\gamma$  となり最大値、 $\phi = 0$  のとき  $\gamma_0 = \gamma$  となり最小値をとる。

$$\begin{aligned} \hat{H}_C(\phi_{\max}) &= \frac{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}{C_\gamma} + C' \\ \hat{H}_C(0) &= \frac{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}{2C_\gamma} + C' \end{aligned} \quad (20)$$

よって、最小値を 0 とすると、 $\hat{H}_C(\phi)$  の値域は次のように得られる。

$$0 \leq \hat{H}_C(\phi) \leq \frac{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}{2C_\gamma} \quad (21)$$

仮説 (2) の場合、式 (8) における  $\gamma_0$  と  $x_0$  の関係より、

$$\frac{dx_0}{d\gamma_0} = -\frac{W}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\gamma_0}{2} \quad (22)$$

となる。これを利用して式 (17) において  $\rho(\gamma, \phi) = -\frac{W}{2} \operatorname{cosec}^2 \frac{\gamma}{2} \rho''(\phi)$  を採用する。従って期待値は次式のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \hat{H}_C(\phi) &= \frac{-W}{2C_\gamma(\tilde{x}_{\max} - \tilde{x}_{\min})} \int_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}} \gamma_0 \operatorname{cosec}^2 \frac{\gamma}{2} d\gamma \\ &\quad + C' \end{aligned} \quad (23)$$

この式から  $\hat{H}_C(\phi)$  の値域の幅を求めることができる。仮説 (1) の場合同様、式 (8) と  $\phi$  の定義域より、 $\hat{H}_C(\phi)$  は  $\phi = \phi_{\max}$  or  $\phi_{\min}$  のとき  $\gamma_0 = 2\gamma$  となり最大値、 $\phi = 0$  のとき  $\gamma_0 = \gamma$  となり最小値をとる。よって、この最小値を 0 とすると、 $\hat{H}_C(\phi)$  の値域は次のように得られる。

$$0 \leq \hat{H}_C(\phi) \leq \frac{W[\gamma \cot \frac{\gamma}{2} - 2 \log(\sin \frac{\gamma}{2})]_{\gamma_{\min}}^{\gamma_{\max}}}{C_\gamma(\tilde{x}_{\max} - \tilde{x}_{\min})} \quad (24)$$

これと同様に Luneburg のモデルにおいて  $\hat{H}_C(\phi)$  に対応する式 (16) 左辺第 2 項  $-\frac{1}{\delta} \log(\cos \phi)$  もまた、 $\phi = \phi_{\max}$  or  $\phi_{\min}$  のとき最大値を、 $\phi = 0$  のとき最小値をとる。よってその値域は次式のようになる。

$$0 \leq -\frac{1}{\delta} \log(\cos \phi) \leq \frac{0.347}{\delta} \quad (25)$$

この値域は  $\delta$  によって決定されている。スカラ加算モデルである式 (11) と Luneburg モデルの式 (13) が同様のホロプタを示すためには、式 (12) と式 (16) の各項目の増減および値域が対応する必要がある。標準的な  $\delta$  の値は  $10.0 \sim 20.0$  程度であるので [7]、この場合、

$$0.0 \leq \hat{H}_C(\phi) \leq 0.0347 \sim 0.0174 \quad (26)$$

が成立しなければならない。これを前述の二つの場合において検証する。仮説 (1) の場合、

$$\frac{\gamma_{\max} + \gamma_{\min}}{2C_\gamma} \cong 0.0347 \sim 0.0174 \quad (27)$$



が成立せねばならないことになるが、 $\gamma_{\max} \gg \gamma_{\min}$  より、左辺の値は  $\gamma_{\max}$  が支配的である。この場合、Luneburg の距離定数  $\delta$  は、スカラ加算モデルの学習領域の近傍限界を反映していると言える。このとき  $\gamma_{\max} = 0.0848 \sim 0.0409$  となる。これは正中面上で奥行き距離 777 ~ 1610 mm の点に相当する。この結果から考えられる可能性としては、前額平行面の学習に際して両眼注視可能領域中でこれ以上の近傍は学習対象になっていないか、若しくは学習が行われている注視点がふくそう角  $\gamma$  について一様に分布していない可能性が考えられる。仮説 (2) の場合、

$$\frac{W \left[ \gamma \cot \frac{\gamma}{2} - 2 \log \left( \sin \frac{\gamma}{2} \right) \right]_{\gamma_{\max}}^{\gamma_{\min}}}{C_{\gamma} (\tilde{x}_{\max} - \tilde{x}_{\min})} \cong 0.0347 \sim 0.0174 \quad (28)$$

が成立せねばならないことになるが、左辺の値の決定には  $\gamma_{\min}$  が支配的であり、この場合、Luneburg の距離定数  $\delta$  は、スカラ加算モデルの学習領域の遠点限界を反映していると言える。このとき  $\gamma_{\min} = 0.0132 \sim 0.00526$  となる。これは正中面上で奥行き距離 5000 ~ 12600 mm の点に相当する。この結果から考えられる可能性は、仮説 (1) の場合と同様、前額平行面の学習に際して両眼注視可能領域中でこれ以上の遠方は学習対象になっていないか、若しくは学習が行われている注視点が奥行き量  $x$  について一様に分布していない可能性が考えられる。

なお、参考までに以上の考察から得られた知見によって値域を一致させた場合の二つのモデルの式 (12) と式 (16) における左辺第 2 項のグラフを図 9 に示す。このグラフからも、これらの項の値域が同じ場合、この二つの式がほとんど同じ軌跡をとることがわかる。

以上、スカラ加算モデルは学習点の分布に関する二つの仮説において、それぞれに Luneburg モデルと対応を取ることができた。これら二つの仮説による結果を併せて考えるに Luneburg の距離定数  $\delta$  は、スカラ加算モデルの観点からは、人間が注視による空間位置知覚を学習する際の学習点の分布を反映したものであるとみなせる。このことから、距離定数  $\delta$  の標準的な値をもとに人間の学習点の分布について、大きく分けて次の三つの可能性が考えられる。

(1) 学習点がふくそう角について一様に分布し、概して 777 ~ 1610 mm 以遠の奥行き距離に分布する場合。この場合、物理空間上では遠方よりも近傍で相対的に分布密度は高くなる。

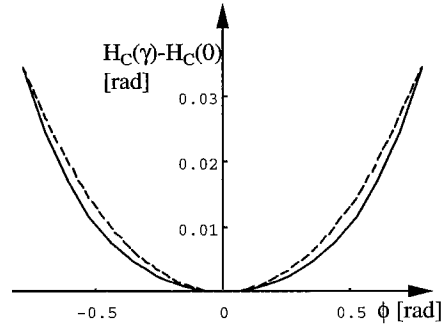


図9 式 (12) と式 (16) における左辺第 2 項の比較：実線が式 (12)、破線が式 (16) における左辺第 2 項をそれぞれ示す。

Fig.9 The comparison between the second term of the left side in (12) and the one in (16): the former is the solid line, the latter is the broken line.

(2) 学習点が物理空間について一様に分布し、概して 5000 ~ 12600 mm 以内の奥行き距離に分布する場合。この場合、ふくそう角でみれば近傍よりも遠方で相対的に分布密度は高くなる。

(3) 学習点は注視可能な領域の全域にわたって分布し、遠方と近傍での相対的な分布密度の差が (1) と (2) の中間的な傾向をとる場合。

Luneburg の距離定数  $\delta$  が個人定数としてホロプタ形状の個人差を記述していたようにスカラ加算モデルの観点からは、人間が注視によって空間位置知覚を学習する際の学習点の分布の個人差を反映したものであるとみなせる。こうした視覚体験における分布の個人差が生じる原因としては各被験者の体格差による眼間距離の差や、距離判断の必要性を求められる環境の差、視力の差による視認得意領域の差などが考えられるが、これらの仮説の妥当性の検討については今後の課題となる。実際にこうした学習領域の距離限界を測定する手法としては、プリズム等による視覚の適応実験において、適応中の視覚刺激を遠方のみ若しくは近傍のみに制限し、その適応度や残効の程度を計測することによって心理物理的に検証するといった方法が考えられる。

## 5. む す び

本論文ではホロプタ現象の機序について、スカラ加算モデルを用いて整理し直すと共に、それをもとに、従来ホロプタとアレーに関する視空間の心理物理的特性を議論する際に中心的な役割を果たしてきた Luneburg's Metric によるモデルを再検討することに

よっていくつかの新たな知見を得た。Luneburg のモデルにおいて、実験結果の個人差を代表するパラメータである個人定数  $\delta$  が、スカラ加算モデルとの対応から、各個人が現象の前額平行面を後天的に学習するにあたって用いた学習点の分布の違いを反映したものであることが明らかになった。また、こうしたモデル間の対応から Luneburg's Metric において従来問題とされてきた距離の扱いについても、スカラ加算モデルを用いることによって再評価し、従来、適切な説明をつけられてこなかった現象の等距離面に関する心理物理実験による知見を説明することが期待される。

同様にホロプタという知覚現象に端を発しながら、現象を幾何学的に記述するための観点から視空間について考察した Luneburg のトップダウン型のアプローチに対して、本論文では現象の機序を生理学的な知覚のメカニズムに求め、神経回路網モデルによる学習の観点から、ボトムアップ型のアプローチを行った。その結果、得られた二つのモデルは数式の上からも非常によく対応関係がとれ、実験事実とモデル相互のパラメータの関係についても統一的に理解することができた。これは従来、結びつきにくかった心理学からのトップダウン型のアプローチと生理学からのボトムアップ型のアプローチが結びついた好例であると言える。

## 文 献

- [1] R. Luneburg, "The metric of binocular visual space," *Journal of the Optical Society of America*, vol.40, pp.627-642, 1950.
- [2] T. Indow, "An approach to geometry of visual space with no a priori mapping functions: Multidimensional mapping according to riemannian metrics," *Journal of Mathematical Psychology*, vol.26, pp.204-236, 1982.
- [3] H. Sakata, H. Sibutani, and K. Kawano, "Spatial properties of visual fixation neurons in posterior parietal association cortex of the monkey," *Journal of Neurophysiology*, vol.43, pp.1654-1672, 1980.
- [4] 前田太郎, 館 暉, "ホロプタを生じる空間知覚モデル," 計測自動制御学会論文集, vol.25, no.10, pp.1111-1118, 1989.
- [5] 前田太郎, 館 暉, "視覚性到達運動における両眼視と上肢位置感覚の統合," 計測自動制御学会論文集, vol.32, no.2, pp.201-210, 1993.
- [6] 前田太郎, 館 暉, "体性感覚性注視運動における両眼視と上肢位置感覚の統合," 信学論 (D-II), vol.J76-D-II, no.3, pp.717-728, 1993.
- [7] A. Zajaczkowska, "Experimental test of Luneburg's theory. Horopter and alley experiments," *Journal of the Optical Society of America*, vol.46, no.7, pp.514-527, 1956.
- [8] M. Critchley, "The Parietal Lobe," Hafner, 1954.
- [9] S. Grossberg and M. Kuperstein, "Neural dynamics of

adaptive sensory-motor control," Pergamon Press, 1978.

- [10] T. Kohonen, "Formation of topographic maps and columnar microstructures in nerve fields," *Biological Cybernetics*, vol.35, pp.63-72, 1979.
- [11] A. Takeuchi and S. Amari, "Self-organized formation of topologically correct feature maps," *Biological Cybernetics*, vol.43, pp.59-69, 1982.

## 付 録

### 1. 生体内の信号表現形態のモデル化

#### 1.1 脳における注視細胞の活動パターン

本来、生体における空間の知覚とは視覚のみならず自分自身の位置や姿勢といったものを常時反映させることによって成立するものであり、脳内において姿勢や三半器官・内耳といった多種多様な感覚器からの入力を視覚・眼球運動と共に統合していると考えられる。このような総合的な空間知覚に関係する最も注目すべき部位としては大脳皮質の頭頂連合野が挙げられている [8].

視覚については、サルの場合、頭頂連合野後部の 7a 野において、特定の空間方向にある光点を注視した場合に発火する神経細胞 (Visual Fixation Neuron) が見つかっている [3]. この光点を注視した場合の細胞の反応は大きく次の 3 種に分かれる。

Type1: 上下・左右・斜めとそれぞれに異なった眼球方向に特徴的に反応し、その方向への振れ角に応じて発火頻度が増加するもの。

Type2: 注視点の方向には無関係に、注視時におけるふくそう角の増加若しくは減少に応じて発火頻度が増加するもの。

Type3: 方向・距離ともに特定な 3 次元的に限定された領域を注視したときに最も発火頻度が増加するもの。

これらの細胞の選択性は注視の際の眼球方向のみ支配され背景等の影響は小さい。このためこれらの細胞は注視による眼球運動性の空間位置の認識に密接にかかわっているものと考えられている。この実験事実はサルに関する知見であるが、こうした細胞の存在は人間においても予測されるものである。そこで本論文では注視細胞の Type1, Type2 をモデルとした細胞群の活動パターンを中間層細胞の活動パターンとするスカラ加算モデルを提案する。注視細胞の Type3 については、これまでのシミュレーション実験の結果、中間層細胞のモデルとして採用するには知覚特性の説明という観点からは否定的な結果が出ている [4] ため本論文では採用しない。

図 A-1 において, Nucleus1 が Type1 の, Nucleus2 が Type2 の注視神経細胞群を表す. このとき, 細胞群ごとに一般化したときの各細胞を図 A-2(a) のように,  $C_1 \cdots C_n$  とすると, 各細胞ごとの活動パターン  $d_i(v)$  は, 図 A-2(b) のように, 入力信号  $v$  の定義域全体に一様に分布した定数値  $V_1 \cdots V_n$  を用いて, 次のように表せる.

$$d_i(v) = \begin{cases} 0 & : v \leq V_i \\ v - V_i & : v > V_i \end{cases} \quad (A.1)$$

このとき, 出力層に現れる出力値  $\hat{f}$  は次のように表される.

$$\hat{f}(v) = \sum_{i=1}^n W_i d_i(v) + C \quad (A.2)$$

ここで定数  $C$  は式 (1) の説明で述べたように入力に左右されない定数成分である. この出力加重  $W_i$  を学習するための誤差情報は, 学習に用いられる規範関数  $f(v)$  によって  $\Delta \hat{f} = f - \hat{f}$  で表され, このとき学習

による  $W_i$  の変化量  $\Delta W_i$  は次のように定められる. ここでは  $\alpha$  は学習係数である.

$$\Delta W_i = \alpha d_i(v) \cdot \Delta \hat{f} \quad (A.3)$$

このとき, 注視細胞群の細胞数  $n$  が十分に大きければ, 図 A-2(a) のように 1 入力 1 出力のスカラ量を学習する場合, この系の出力  $\hat{f}$  は規範関数として用いた任意の非線形連続スカラ関数  $f(v)$  に学習と共に収束することが可能である.

本モデルに構造的に相似したモデルとしては Kuperstein の学習モデル [9] が挙げられる. なお, このモデルにおいては中間層細胞の活動パターンを既存のパターンとして与えているが, Kohonen のトポグラフィックマッピングモデル [10] の 1 次元タイプのもので用いても同様の学習結果が期待できる. 更にこの場合, 自己組織的にこれと等価な学習能力をもつ中間層細胞を得ることができることは我々のこれまでの研究 [4] においても示されており, この際の細胞群の活動パターンは図 A-2(c) のように定義される. このモデルのように側抑制をもった神経場においてこうした入力信号空間の広がりをもつトポグラフィックな神経場の広がりやに反映したコラム構造が自己組織的に生じるメカニズムについては, その収束条件について竹内らによる数理的解析 [11] も行われており, 生理学的, 数理的観点からよく検証されたモデルであると言える.

実際に四肢の姿勢に関する固有受容感覚については末端側でこれを検出する Ruffini 小体および後索核においては図 A-2(c) と同様の活動パターンにおいて信号表現がなされており, 一方, 中枢側の VB 核および大脳皮質においては図 A-2(b) と同様な活動パターンにおいて信号表現がなされていることが知られている.

(平成 9 年 4 月 7 日受付, 7 月 18 日再受付)

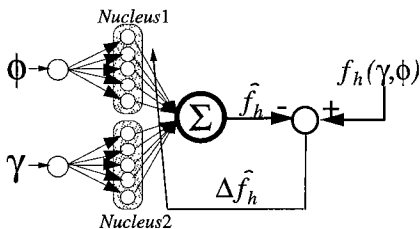


図 A-1 注視細胞から構成されるスカラ加算モデル  
Fig. A-1 ISLES Model with the visual fixation neurons.

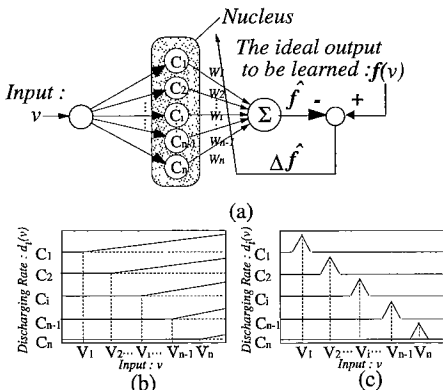


図 A-2 モデルにおける中間層細胞の活動パターン  
Fig. A-2 Activation patterns of the nucleus of the ISLES Model.



前田 太郎 (正員)

昭 62 東大・工・計数工卒。昭 62 通産省工業技術院機械技術研究所に入所。ロボット工学部バイオロボティクス課研究員を経て、平 4 東大先端科学技術研究センター助手、平 6 東大大学院工学系研究科助手。平 9 東大大学院工学系研究科講師。工博(東大)。人間の知覚特性とモデル化、神経回路網モデル、マンマシンインターフェイス、テレイグジスタンスなどの研究に従事。平 2 計測自動制御学会論文賞、平 9 同学会学術奨励賞、平 3 日本ロボット学会技術賞受賞。



館 暲

昭 43 東大・工・計数工卒。昭 48 同大大学院工学系研究科計数工学専門課程博士課程了、工博。同年同大学工学部計数工学科助手、昭 50 通産省工業技術院機械技術研究所研究員、主任研究官、遠隔制御課長、バイオロボティクス課長を経て、平 1 東京大学助教授を併任、平 3 東大先端科学技術研究センター助教授。平 4 同センター教授、平 6 同工学部計数工学科教授。国際計測連合(IMEKO)ロボティクス会議議長、日本バーチャルリアリティ学会会長などを務める。バーチャルリアリティー、テレイグジスタンス、ロボット工学および計測制御工学の研究に従事。IEEE/EMBS 学会賞、通産産業大臣賞などを受賞。